ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΕΤΑΡΤΗ 18 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2020

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Διανύσματα

ΘΕΜΑ Α

Α1. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$;

Μονάδες 5

Α2. **α**. Τι ονομάζουμε συντελεστή διεύθυνσης ενός διανύσματος $\vec{\alpha}$;

Μονάδες 4

β. Αν $\vec{\alpha}=(x_1,y_1)$ και $\vec{\beta}=(x_2,y_2)$ δύο διανύσματα με $x_1\cdot x_2\neq 0$, να αποδείξετε ότι

$$\vec{\alpha}\ //\ \vec{\beta}\Leftrightarrow\lambda_{\vec{\alpha}}=\lambda_{\vec{\beta}}\ .$$

Μονάδες 6

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) :

α. Ισχύει η ισοδυναμία $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=0\Leftrightarrow\vec{\alpha}=\vec{0}$ ή $\vec{\beta}=\vec{0}$.

β. Το $\left|\vec{\alpha}\right|\cdot(\vec{\beta}\cdot\vec{\gamma})$ παριστάνει διάνυσμα για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$.

γ. Ισχύει $\left(\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}\right)^2=\vec{\alpha}^2\cdot\vec{\beta}^2$ για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta}$.

δ. Αν $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}>0$, τότε η γωνία των διανυσμάτων $(\vec{\alpha},\vec{\beta})$ είναι αμβλεία.

ε. Τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(\varepsilon\varphi\theta,\eta\mu^2\theta+\sigma\upsilon\nu^2\theta)$ και $\vec{\beta}=(1,\sigma\varphi\theta)$ είναι παράλληλα μεταξύ τους για κάθε $\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία Α(1,3) , Β(3,4) και Γ(-1 , - 4) καθώς και το διάνυσμα

$$\vec{\alpha} = (x+1, y-2) \ , \ x, y \in R$$

Β1. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α , Β , Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου.

Μονάδες 7

Β2. Να βρείτε τους $x, y \in R$ έτσι , ώστε :

$$\vec{\alpha} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{B\Gamma} + 2\overrightarrow{A\Gamma}$$ **Μονάδες 5**

Β3. Να βρείτε το μήκος της διαμέσου ΑΜ . **Μονάδες 6**

Β4. Αν x = 2 και y = 6, να βρείτε διάνυσμα $\vec{u}$, το οποίο σχηματίζει με τον άξονα γωνία ω = 135^{o} και ισχύει $|\vec{u}| = \sqrt{2} \cdot |\vec{\alpha}|$ **Μονάδες 7**

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα διανύσματα

$$\vec{\alpha} = (x+1, 2) \ \text{και} \ \vec{\beta} = (x, 2x+1) \ , \ x \in R$$

Γ1. Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ δεν είναι παράλληλα ή συγγραμμικά για κάθε $x \in R$. **Μονάδες 7**

Γ2. Για x = 1 :

α) Να βρείτε τη γωνία ω που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ με τον άξονα x΄x.

Μονάδες 5

β) Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = (4, 0)$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. **Μονάδες 6**

Γ3. Για x = - 2, να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\delta}$, το οποίο είναι ομόρροπο με το $\vec{\beta}$ και ισχύει $|\vec{\delta}| = 2 \cdot |\vec{\beta}|$ **Μονάδες 7**

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε τα μοναδιαία διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$, των οποίων η γωνία που σχηματίζουν είναι $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{2\pi}{3}$.

Δ1.Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.

Μονάδες 3

Δ2. Να βρείτε τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{u} = 4\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$ και $\vec{v} = \vec{\beta} - \vec{\alpha}$

Μονάδες 6

Δ3. Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u} \cdot \vec{v}$. **Μονάδες 5**

Δ4. Να βρείτε τη γωνία φ των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$

Μονάδες 5

Δ5. Αν, επιπλέον, γνωρίζουμε ότι το μη μηδενικό διάνυσμα $\vec{\gamma} = 2\kappa^2\vec{\alpha} + 2\kappa\vec{\beta}$ είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{v}$, να βρείτε το $\kappa \in R$.

Μονάδες 6

Σας ευχόμαστε επιτυχία…. μα πάνω απ' όλα υγεία!

Επιμέλεια

Μπατζίνας Νέστορας