

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ

ΤΕΤΑΡΤΗ 18 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2020

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Έως και τη συνέχεια συνάρτησης**ΘΕΜΑ Α**

A1. Τι ονομάζουμε συνάρτηση από ένα σύνολο A σε ένα σύνολο B ;
Μονάδες 5

A2. Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέμε ότι είναι συνεχής στο A ή, απλά, συνεχής;
Μονάδες 5

A3. Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέμε ότι είναι γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της ;
Μονάδες 5

A4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) :

α. Κάθε κατακόρυφη ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση κάθε συνάρτησης το πολύ σε ένα σημείο.

β. Αν για μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού το R , γνωρίζουμε ότι ισχύει $f(3) < f(5)$, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα.

γ. Ο κύκλος δεν αποτελεί γραφική παράσταση συνάρτησης.

δ. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και $-f$ έχουν άξονα συμμετρίας τον άξονα $x'x$.

ε. Έστω μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A . Αν η f είναι γνησίως αύξουσα, τότε η $-f$ είναι υποχρεωτικά γνησίως φθίνουσα.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις

- $f(x) = x^2 + x + \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$
- $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x + \beta}$, $\beta \in \mathbb{R}$

Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από την αρχή των αξόνων και η γραφική παράσταση της g διέρχεται από το σημείο $A(1, \sqrt{3})$, τότε:

B1. Να δείξετε ότι $\alpha = 0$ και $\beta = 4$. **Μονάδες 7**

B2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης g . **Μονάδες 5**

B3. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της g με τους άξονες $x'x$ και $y'y$. **Μονάδες 6**

B4. Να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - 2}{f(x)}$$
Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + \beta}{x - 2} , & x \neq 2 \\ 1 & , x = 2 \end{cases}$$

της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη -3 .

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\beta = 6$. **Μονάδες 8**

Γ2. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_0 = 2$.

Μονάδες 8

Γ3. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + (\kappa - 1)x - 2^\lambda$, με $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$, όπου :

- $\kappa = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{4 - \sqrt{18 - x}}$
- $\lambda = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x - 18}$

Δ1. Να δείξετε ότι $\kappa = 8$ και $\lambda = 3$.

Μονάδες 6

Δ2. Να βρείτε τα διαστήματα των τιμών του x , στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 5

Δ3. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και, στη συνέχεια, να συγκρίνετε τις τιμές $f(-2019)$ και $f(-2020)$.

Μονάδες 8

Δ4. Να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 2 + \sqrt{x}}$$

Μονάδες 6

Σας ευχόμαστε επιτυχία.... μα πάνω απ' όλα υγεία!

Επιμέλεια

Μπατζίνας Νέστορας