

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 18 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2020
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ

Έως και το 2ο κεφάλαιο

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω f μία συνάρτηση με πεδίο ορισμού A .

α. Πότε η f λέγεται γνησίως αύξουσα σ' ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; **Μονάδες 5**

β. Πότε η f λέγεται περιττή; **Μονάδες 5**

γ. Πότε λέμε ότι η f παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ ολικό μέγιστο; **Μονάδες 5**

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστές (Σ)** ή **Λανθασμένες (Λ)**:

α. Αν μία συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα, τότε η συνάρτηση $-f$ είναι υποχρεωτικά γνησίως φθίνουσα.

β. Αν για τη συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού το R , ισχύει $f(x) \leq 3$ για κάθε $x \in R$, τότε η f παρουσιάζει μέγιστη τιμή το 3.

γ. Αν για ένα γραμμικό σύστημα 2×2 ισχύει $D \neq 0$, τότε οι ευθείες που παριστάνουν οι εξισώσεις του συστήματος τέμνονται.

δ. Αν για μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το R , ισχύει $f(3) < f(5)$, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα.

ε. Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα $y'y$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β**B1.** Να λύσετε το σύστημα

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ y - x = 1 \end{cases}$$

Μονάδες 8**B2.** Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το αποτέλεσμα του παραπάνω συστήματος.**Μονάδες 4****B3.** Αν η λύση (x_1, y_1) του συστήματος στο B1 ερώτημα με $x_1 > 0$ και $y_1 > 0$ είναι λύση και του συστήματος

$$\begin{cases} 2\kappa x - 3\lambda y = -20 \\ -\kappa x + \lambda y = 6 \end{cases}, \kappa, \lambda \in \mathbb{R}$$

τότε:

i. Να βρείτε τους $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$.**Μονάδες 7****ii.** Αν ένα γραμμικό σύστημα 2×2 έχει μοναδική λύση και ισχύουν τα εξής

$$D = \kappa \cdot D_x \quad \text{και} \quad D = \lambda \cdot D_y$$

να βρείτε τη λύση του συστήματος.

Μονάδες 6**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = \frac{1}{x^2} - \sqrt{x} + 1 \quad \text{και} \quad g(x) = 5x^2 - 4|x|$$

Γ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 6

Γ2. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση g είναι άρτια ή περιττή.

Μονάδες 5

Γ3. Να αποδείξετε ότι

$$f(2020) + g(2020) < f(2019) + g(-2020)$$

Μονάδες 7

Γ4. Να λύσετε το σύστημα

$$\begin{cases} 3x - 2y - g(-1)\omega = 11 \\ 2x - 5y - 2\omega = 3 \cdot f(1) \\ 5x + y - 2\omega = g(2) + 21 \end{cases}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η γνησίως μονότονη συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} . Αν ισχύει

$$\begin{cases} 3f(1) - 2f(2) = 1 \\ -f(1) + 4f(2) = 13 \end{cases}, \text{ τότε}$$

Δ1. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα.

Μονάδες 7

Δ2. Να λύσετε την ανίσωση

$$f(f(x^2 - 3) - 1) - 4 < 0$$

Μονάδες 7

Δ3. Να λύσετε το σύστημα

$$\begin{cases} -f(2) \cdot x^2 - 4y^2 = -40 \\ x \cdot y = f(1) \end{cases}$$

Μονάδες 6

Δ4. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση

$$x^2 - x + f(4) - f(5) = 0$$

έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες.

Μονάδες 5

Σας ευχόμαστε επιτυχία.... μα πάνω απ' όλα υγεία!

Επιμέλεια

Μπατζίνας Νέστορας