

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΤΕΤΑΡΤΗ 18 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2020**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ**

*\*Έως και την απόλυτη τιμή\**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Τι ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού  $\alpha$  ;

**Μονάδες 7**

**A2.** Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό  $\alpha$  και  $\beta$  ισχύει

$$|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta| \quad \text{Μονάδες 8}$$

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ( $\Sigma$ ) ή λανθασμένες ( $\Lambda$ ):

1. Ισχύει  $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$  για κάθε  $\alpha, \beta \in R$ .
2. Ισχύει  $\alpha < \beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$  για κάθε  $\alpha, \beta \neq 0$ .
3. Ισχύει  $\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha^2 = \beta^2$  για κάθε  $\alpha, \beta \in R$ .
4. Ισχύει  $(\alpha^{2020})^0 = 1$  για κάθε  $\alpha \neq 0$ .
5. Αν  $\alpha < \beta$  και  $\gamma < \delta$ , τότε ισχύει  $\alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \delta$  για κάθε  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in R$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Να συμπληρώσετε κατάλληλα τις ισότητες;

1.  $(2x-1)^2 =$
2.  $(x-2)^3 =$
3.  $x^3 + 8 =$
4.  $9x^2 + 12x + 4 =$
5.  $4x^2 - 36y^2 =$

**Μονάδες 10**

**B2.** Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \frac{x^2 - 4x + 4}{x^3 - 8} \cdot \frac{x^3 + 2x^2 + 5x + 10}{x^2 - 4}, \text{ για } x \neq \pm 2$$

**Μονάδες 8**

**B3.** Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$B = \left( \frac{x^2 \cdot y}{x \cdot y^3} \right)^{-2} \cdot (x \cdot y)^2, \text{ για } x, y \neq 0$$

**Μονάδες 7**

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  για τους οποίους ισχύει :

- $\alpha = |x-1| + |x-3|$ , όπου  $1 < x < 3$
- $d(2\beta, 3) = 1$ , με  $\beta < \alpha$

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 2$ .

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Να αποδείξετε ότι  $\beta = 1$ .

**Μονάδες 6**

**Γ3.** Αν ισχύει  $\beta < \kappa < \alpha$  και  $3 < \lambda < 4$ , τότε:

**i)** Να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι τιμές των παραστάσεων:

1.  $2\kappa + \lambda$
2.  $\kappa - \lambda$
3.  $\frac{\kappa}{\lambda}$

**Μονάδες 9**

**ii)** Αν, επιπλέον, δίνονται τα σχήματα



να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται η περίμετρος  $\Pi$  του τετραγώνου.

**Μονάδες 5**

### ΘΕΜΑ Δ

Για τους πραγματικούς αριθμούς  $\kappa$ ,  $\lambda$  ισχύει

$$\kappa^2 + \lambda^2 - 4\kappa - 6\lambda + 13 \leq 0$$

**Δ1.** Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς  $\kappa$  και  $\lambda$ .

**Μονάδες 7**

Για  $\kappa = 2$  και  $\lambda = 3$  :

**Δ2.** Αν για τον πραγματικό αριθμό  $x$  ισχύει  $\kappa < x < \lambda$ , τότε:

**i.** να απλοποιήσετε την παράσταση

$$A = |x - 2| - |x - 3| + |x^2 + 6|$$

**Μονάδες 7**

**ii.** να αποδείξετε ότι ισχύει  $A > 0$

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Αν  $\alpha + \beta \neq 0$  και  $\alpha \neq \beta$ , να δείξετε ότι ισχύει :

$$\frac{\alpha^\lambda + \beta^\lambda}{\alpha + \beta} > 0$$

**Μονάδες 6**

**Σας ευχόμαστε επιτυχία .... μα πάνω απ' όλα υγεία!**

Επιμέλεια

Μπατζίνας Νέστορας